Karakteristik Tensor$-\lambda$ Metrik Kerr dan Rapat Entropinya

Muh. Syahrul Padli[12*], Bansawang BJ[1], Wira Bahari Nurdin[1],

[1]*Theorethical and Computational Phyisics Laboratory, Department of Physics, Hasanuddin University, Makassar, Indonesia*
[2]*Riemann Physclub Research Group*

*syahrulpadlifisika02@gmail.com**

ABSTRAK

Telah diturunkan karakteristik tensor$-\lambda$ dan rapat entropi metrik Kerr. Tensor$-\lambda$ diturunkan berdasarkan formulasi Borgiel dengan mentransformasikan metrik Kerr ke dalam ruang Klein berdimensi tinggi. Dari hasil tersebut diperoleh ketiga tensor$-\lambda$ yang berbeda dan memenuhi simbol Segree G[III]. Hal itu mengindikasikan bahwa metrik Kerr dalam ruang Klein berdimensi tinggi tidak konsisten dengan penambahan suku muatan dan potensial nonskalar. Sedangkan rapat entropi diturunkan dengan menggunakan jalinan Weyl scalar invariant. Dari hasil tersebut, rapat entropi hanya bergantung pada kecepatan angular per satuan massa.

Kata kunci: metrik Kerr, rapat entropi, tensor$-\lambda$, Weyl scalar invariant.

ABSTRACT

The $\lambda-$tensor characteristic and entropy density of Kerr metric have been derived. The derived of $\lambda-$tensor based on Borgiel formulation which transformating Kerr metric to higher dimension of Klein space. This result showed that all of these $\lambda-$tensor were different and looked like Segree symbol G[III]. The conclusion of this result indicated that Kerr metric on higher dimension of Klein space was not consistent with addition a charge element and nonscalar potential. While the entropy density was formulated by using Weyl scalar invariant relation. This result indicated that entropy density just depend on the unit of angular velocity divided by mass scale.

Keywords: $\lambda-$tensor, Kerr metric, entropy density, Weyl scalar invariant.

1. Pendahuluan

Teori relativitas umum menggunakan matematika lanjut dalam perumusannya[1][2][21][23]. Kemampuan teori ini dalam memprediksikan keadaan fisis di alam sangatlah menarik dengan skala peristiwa dari sistem galaxi sampai dinamika alam semesta tampak[9][24][25][26][27]. Relativitas umum menyajikan beberapa prediksi seperti presesi orbit planet Merkurius, pembelokan cahaya akibat medan gravitasi objek angkasa bermassa besar, adanya gelombang gravitasi, singularitas ruangwaktu, adanya materi gelap, energi gelap, ekspansi dipercepat dan yang lainnya[1][7][32][33].

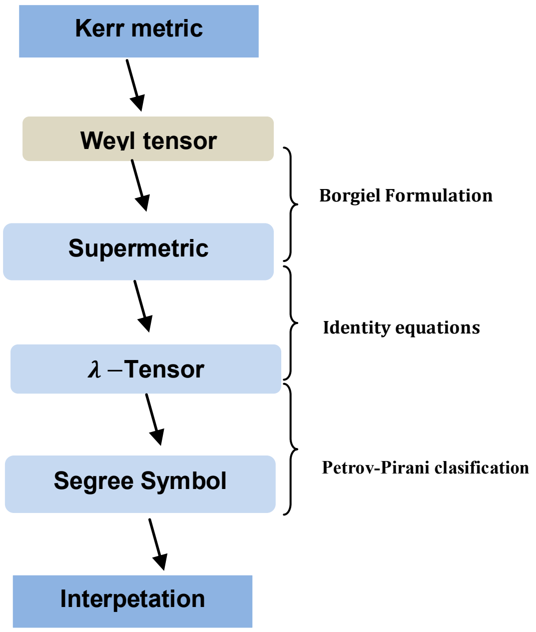
Aplikasi teori gravitasi Einstein yang paling umum salah satu contohnya yaitu pada solusi medan gravitasi simetri bola statik yang telah diselesaikan oleh Schwarzschild[2][17][18][19][21]. Pengembangan dari solusi Schwarzschild dengan mengikutsertakan tambahan peran suku muatan diekspresikan melalui solusi Reisner-Nordstrom, sedangkan untuk medan gravitasi berotasi simetri aksial stasioner dipaparkan melalui metrik Kerr. Metrik Kerr memiliki beberapa keunikan dibanding metrik-metrik lain di antaranya yaitu adanya *ergosphere*, cakrawala peristiwa luar, cakrawala peristiwa dalam dan singularitas cincin yang tidak dimiliki metrik-metrik lain[2][14][15][16][17][18].

Sifat-sifat unik metrik Kerr dapat pula dilihat dari karakteristik tensor$-\lambda$-nya[13]. Tensor$-\lambda$ adalah metode matematika yang memberi karakter ruang setelah meninjau elemen bukan diagonal dari metrik tinjauan lalu diperkurangkan dengan kombinasi-kombinasi tensor metrik (supermetrik). Secara umum, dari segi bentuk persamaan, tensor$-\lambda$ memiliki kemiripan dengan persamaan karakteristik pada matriks biasa[2][6][28][22][29][32]. Jika tensor$-\lambda$ adalah konstanta maka ruang adalah datar. Selanjutnya jika ruang datar berdasarkan jalinan luasan cakrawala peristiwa maka rapat entropinya adalah nol. Sedangkan untuk ruang fisis tak datar maka tensor$-\lambda$ adalah sebuah fungsi. Bilamana dilakukan operasi lebih lanjut, maka kelengkungan Gauss, potensial, hadirnya muatan, gelombang gravitasi yang menjalar ke dimensi tinggi bisa dikerjakan terbalik menuju metrik sebenarnya jika memenuhi aturan-aturan Petrov-Pirani[1][5][6][26].

Riset mengenai aplikasi tensor$-\lambda$ telah beberapa kali dilakukan oleh fisikawan lain dengan metode masing-masing. Petrov, P. M. Mishra, K. P. Singh[8], Hans Stephani[6], Woldzimier Borgiel[13], menggunakan analisis tensor$-\lambda$ untuk mencari kesesuaian tambahan suku seperti muatan pada metrik berdasarkan simbol Segree dan tipe tensor$-\lambda$. Simbol Segree adalah simbol yang menggambarkan kesamaan dan ketidaksamaan dari seluruh tensor$-\lambda$ serta memberi ciri khusus pada metrik tinjauan.

Riset mengenai hubungan antara metrik dengan entropi telah diteliti oleh beberapa fisikawan seperti Sujay Kumar Modak[20] yang meneliti lubanghitam BTZ (Banados-Teitelboim-Zanelli) dengan pendekatan penerobosan. Nan Li, Xiao-Long Li dan Shu-Peng Song[10] telah meneliti hubungan antara tensor Weyl dengan rapat entropi lubanghitam Schwarzschild dan Reisner-Nordstrom lima dimensi. Wei Xu, Jia Wang dan Xin-he Meng[11] meneliti tentang hubungan entropi dan aplikasinya pada metrik Gauss-Bonnet. K. Ghaderi, B. Malokalkalami[4] meneliti tentang sifat termodinamika lubang hitam Schwarzschild dan Reisner-Nordstrom dengan mempertimbangkan pengaruh semesta latar, sedangkan tensor$-\lambda$ pada ruangwaktu Schwarzschild soliton telah diteliti oleh Musavvir Ali dan Zafar Ahsan[30] . Penelitian tentang rapat entropi dan karakteristik tensor$-\lambda$ metrik Kerr dari tensor Weyl belum diteliti sebelumnya sehingga inilah yang menjadi alasan dilakukannya penelitian ini.

2. Tensor$-\lambda$ Metrik Kerr



Picture 1. The schem for obtained of λ −tensor

Hubungan antara tensor *Weyl Scalar Invariant* dengan *Kretschman Scalar Invariant* mengikuti persamaan Nanl-Li[3][6][8][10] yang secara eksplisit dituliskan sebagai berikut:

$$C_{\mu\nu\lambda\rho} C^{\mu\nu\lambda\rho} = R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho} - \frac{4}{n-2} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \frac{2}{(n-1)(n-2)} R^2 \qquad (1)$$

atau juga dapat didefinisikan tensor Riemann peringkat-4 yang memiliki hubungan dengan tensor Weyl. Jalinan antara tensor Riemann dan tensor Weyl secara eksplisit diapaparkan persamaan berikut[1][18][21]

$$R_{\lambda\mu\nu\rho} = C_{\lambda\mu\nu\rho} - \frac{1}{2}\left(g_{\lambda\rho} B_{\mu\nu} + g_{\mu\nu} B_{\lambda\rho} - g_{\lambda\nu} B_{\mu\nu} - g_{\mu\rho} B_{\lambda\nu}\right) - \frac{1}{12} R\left(g_{\lambda\rho} g_{\mu\nu} - g_{\lambda\nu} g_{\mu\rho}\right) \qquad (2)$$

Tensor Weyl memiliki sifat simetri yang sama dengan tensor Riemann. Jika dituliskan dalam notasi matematika maka didapatkan jalinan serupa identitas Bianchi.

$$C_{\lambda\mu\nu\rho} = -C_{\mu\lambda\nu\rho} = -C_{\lambda\mu\rho\nu} = C_{\nu\rho\lambda\mu} \qquad (3)$$

$$C_{\lambda\mu\nu\rho} + C_{\lambda\nu\rho\mu} + C_{\lambda\rho\mu\nu} = 0 \qquad (4)$$

Diberikan operasi antara vektor dan tensor sebagai berikut:

$$T_{ij} V^j = \lambda g_{ij} V^j \qquad (5)$$

$$\left(T_{ij} - \lambda g_{ij}\right) V^j = 0 \qquad (6)$$

di mana nilai eigen λ adalah solusi dari persamaan $\left(T_{ij} - \lambda g_{ij}\right) = 0$. Dengan mengubah label indeks tensor peringkat empat menjadi indeks tensor seperti peringkat dua maka tensor Weyl dapat ditulis

$$C_{\lambda\mu\nu\rho} \to C_{AB} \qquad (7)$$

di mana $A \to (\lambda\nu)$ dan $B = (\nu\rho)$. Sedangkan dalam transformasi ke ruang Klein diperkenalkan supermetrik yang berbeda peringkat dengan metrik dalam perumusan standar.

$$\gamma_{AB} \to g_{\lambda\mu\nu\rho} = g_{\lambda\nu} g_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho} g_{\mu\nu} \qquad (8)$$

Jika diterapkan pada tensor Weyl dan kombinasi metrik atau supermetrik , persamaan (6) akan menjadi

$$\left(C_{AB} - \lambda\gamma_{AB}\right) W^{\nu\rho} = 0 \qquad (9)$$

di mana $W^{\nu\rho} = -W^{\rho\nu}$.

Hubungan antara indeks A dan $\mu\nu$ diberikan oleh tabel berikut

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{\mu\nu}$
1	01
2	02
3	03
4	23
5	31
6	12

Tabel 1. Hubungan antara indeks A dan $\mu\nu$

Jika diambil basis serupa metrik Minkowski maka semua γ_{AB} tidak lenyap didapatkan diagonal dari tensor yang menggunakan jalinan supermetrik.

$$\gamma_{AB} = diag(-1,-1,-1,1,1,1) \tag{10}$$

Dengan meninjau komponen metrik Kerr dan menerapkan persamaan (8) didapatkan supermetrik untuk semua komponen diagonal metrik Kerr.

$$\gamma_{11} = -\frac{\rho^2}{\Delta}\left(1-\frac{2mr}{\rho^2}\right) \tag{11}$$

$$\gamma_{22} = -\rho^2\left(1-\frac{2mr}{\rho^2}\right) \tag{12}$$

$$\gamma_{33} = -\left(r^2+\frac{a^2}{c^2}+\frac{2}{c^2\rho^2}mra^2\sin^2\theta\right)\sin^2\theta\left(1-\frac{2mr}{\rho^2}\right) - \frac{4m^2r^2a^2\sin^4\theta}{c^2\rho^2} \tag{13}$$

$$\gamma_{44} = \frac{\rho^4}{\Delta} \tag{15}$$

$$\gamma_{55} = \frac{\rho^2}{\Delta}\left(r^2+\frac{a^2}{c^2}+\frac{2}{c^2\rho^2}mra^2\sin^2\theta\right)\sin^2\theta \tag{16}$$

$$\gamma_{66} = \rho^2\left(r^2+\frac{a^2}{c^2}+\frac{2}{c^2\rho^2}mra^2\sin^2\theta\right)\sin^2\theta \tag{17}$$

Sedangkan untuk tensor Weyl didapatkan tensor Weyl yang tak lenyap yakni sebagai berikut:

$$C_{1010}, C_{2020}, C_{3030}, C_{1212}, C_{1313}, C_{1020}, C_{1023},$$

$$C_{1031}, C_{2013}, C_{2023}, C_{1323}, C_{2323}$$

selanjutnya dari jalinan Matrix Pirani akan ditentukan tipe dari tensor$-\lambda$.

$$M_{ik} = C_{0i0k} N_{ik} = \frac{1}{2}\epsilon_{imn} C_{0kmn} \tag{18}$$

$$M_{11} = C_{0101} N_{11} = \frac{1}{2}(C_{1023} - C_{1032}) = R_{0123} \tag{19}$$

$$M_{22} = C_{0202} N_{22} = C_{0231} \tag{20}$$

$$M_{33} = C_{0303} \quad N_{33} = C_{0312} \tag{21}$$

$$M_{12} = C_{0102} N_{12} = C_{0112} \tag{22}$$

$$M_{13} = C_{0103} N_{13} = C_{0331} \tag{23}$$

$$M_{23} = C_{0203} N_{23} = C_{0331} N_{32} = R_{0212} \tag{24}$$

Dari jalinan di atas, selanjutnya akan dicari tensor$-\lambda$ melalui determinan Matriks

$$\begin{bmatrix} M_{ik}-\lambda\delta_{ik}+iN_{ik} & N_{ik} \\ 0 & -(M_{ik}-\lambda\delta_{ik}+iN_{ik}) \end{bmatrix} = 0 \tag{25}$$

$$|M_{ik}-\lambda\delta_{ik}+iN_{ik}| = 0 \tag{26}$$

di mana$-(M_{ii}+N_{ii}) = 0$ dan a adalah jumlahan dari tensor Weyl maka tiga tensor$-\lambda$ berbeda didapatkan secara eksplisit yaitu:

$$\lambda_1 = -(R_{0101} + iR_{0123}) = -(C_{0101} + iC_{0123}) \tag{27}$$

$$\lambda_1 = -\Big(-\frac{1}{2}(\partial_{11}^2 g_{00}) + g_{00}(\Gamma_{01}^0\Gamma_{01}^0) + g_{11}(-\Gamma_{00}^1\Gamma_{11}^1) + g_{22}(-\Gamma_{00}^2\Gamma_{11}^2) + g_{33}(\Gamma_{01}^3\Gamma_{10}^3) + g_{03}(\Gamma_{01}^0\Gamma_{10}^3)\Big) - i\Big(\frac{1}{2}(-\partial_{12}^2 g_{03}) + g_{00}(\Gamma_{02}^0\Gamma_{13}^0) + g_{11}(-\Gamma_{03}^1\Gamma_{12}^1) + g_{22}(-\Gamma_{03}^2\Gamma_{12}^2) + g_{33}(\Gamma_{02}^3\Gamma_{13}^3) + g_{03}(\Gamma_{02}^0\Gamma_{13}^3)\Big) \tag{28}$$

$$\lambda_2 = -\Big(-\tfrac{1}{2}(\partial_{22}^2\, g_{00}) + g_{00}(\Gamma_{02}^0\Gamma_{02}^0) + g_{11}(-\Gamma_{00}^1\Gamma_{22}^1) + g_{22}(-\Gamma_{00}^2\Gamma_{22}^2) + g_{33}(\Gamma_{02}^3\Gamma_{20}^3) + g_{03}(\Gamma_{02}^0\Gamma_{20}^3)\Big) - i\Big(\tfrac{1}{2}(-\partial_{21}^2\, g_{03}) + g_{00}(\Gamma_{01}^0\Gamma_{23}^0) + g_{11}(-\Gamma_{03}^1\Gamma_{21}^1) + g_{22}(-\Gamma_{03}^2\Gamma_{21}^2) + g_{33}(\Gamma_{01}^3\Gamma_{23}^3) + g_{03}(\Gamma_{01}^0\Gamma_{23}^3)\Big) \qquad (29)$$

$$\lambda_3 = -\Big(g_{11}(\Gamma_{03}^1\Gamma_{30}^1) + g_{22}(\Gamma_{03}^2\Gamma_{30}^2)\Big) \qquad (30)$$

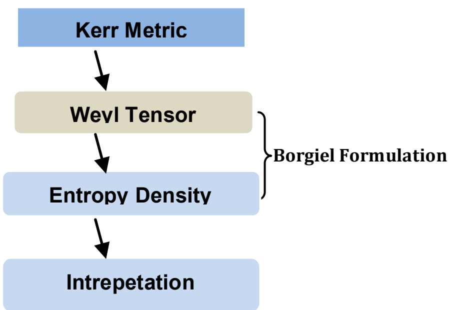
Dari sajian tensor$-\lambda$, maka bisa ditentukan tipe dari tensornya.

Tipe I: tiga tensor$-\lambda$ berbeda.

Tipe II: dua tensor$-\lambda$ sama dan satunya berbeda.

Tipe III: tiga tensor$-\lambda$ sama.

3. Rapat Entropi



Picture 2. The scem for obtained entropy density

Berdasarkan formulasi Nan-Li[10], persamaan rapat entropi dapat dieksplisitkan seperti jalinan di bawah ini:

$$\tilde{S}_{bhn} = \int C_{\mu\nu\alpha\beta}\, C^{\mu\nu\alpha\beta}\ dV_4 = \int C_{\mu\nu\alpha\beta}\, C^{\mu\nu\alpha\beta}\ r^3\sqrt{|g_{rr}|}\ dr\ d\Omega_3^2 \qquad (31)$$

$$\tilde{S}_{bhn} = \int C_{\mu\nu\alpha\beta}\, C^{\mu\nu\alpha\beta}\ dV_4 = 2\pi^2\int C_{\mu\nu\alpha\beta}\, C^{\mu\nu\alpha\beta}\ r^3\sqrt{|g_{rr}|}\ dr \qquad (32)$$

$$\tilde{S}_{bhn} = \frac{2\pi^2\left(\int m^2(r^2 - a^2\cos^2\theta)\,(\rho^4 - 16a^2r^2\cos^3\theta)\right)}{\rho^{12}}\ r^3\sqrt{|g_{rr}|}\ dr = \frac{2\pi^2\left(\int m^2(r^2 - a^2\cos^2\theta)\,(\rho^4 - 16a^2r^2\cos^2\theta)\right)}{\rho^{12}}\ r^3\sqrt{\left|\frac{\rho^2}{\Delta}\right|}\ dr \qquad (33)$$

Rapat entropi secara eksplisit unntuk syarat kondisi diambil $\cos^2\theta = 0$ atau $\theta = 90$ dan $a = 0$ maka

$$\tilde{S}_{bhn} = \frac{2\pi^2 m^2}{3(2GM)^2 r^4}\sqrt{r^5(r - 2GM)} + C \qquad (34)$$

Jika diambil kondisi $\cos^2\theta = 1$ atau $\theta = 0$ didapatkan bentuk eksplisit dari rapat entropi.

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_{bhn} &= \frac{\left(-\frac{1}{280}\right)\left[\sqrt{\frac{a^2+r^2}{r^2}}\left(315a^{10}\ln\left(r+\sqrt{a^2+r^2}\right)\right) - 128\sqrt{\frac{a^2+r^2}{r^2}}\, r^9\sqrt{a^2+r^2}\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&+ \frac{\left(-\frac{1}{280}\right)\left[144\sqrt{\frac{a^2+r^2}{r^2}}\, a^2r^7\sqrt{a^2+r^2} - 168\, a^4r^5\sqrt{a^2+r^2}\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&+ \frac{\left(-\frac{1}{280}\right) 210\sqrt{\frac{a^2+r^2}{r^2}}\, a^6r^3\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&- \frac{\left(-\frac{1}{280}\right)\left[315\sqrt{\frac{a^2+r^2}{r^2}}\, a^8r\sqrt{a^2+r^2}\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&- \frac{\left(\frac{1}{48}\right)\left[a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\ 15\, a^6\ln\left(r+\sqrt{a^2+r^2}\right)\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&+ \frac{\left(\frac{1}{48}\right)\left[a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\, 8r^5\sqrt{a^2+r^2}\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&- \frac{\left(\frac{1}{48}\right) a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\, 10a^2r^3\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&+ \frac{\left(\frac{1}{48}\right) a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\, 15a^4r\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&+ \frac{\left(\frac{1}{80}\right)\left[a^2\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\ 315\, a^{10}\ln\left(r+\sqrt{a^2+r^2}\right)\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \\
&- \frac{\left(\frac{1}{80}\right)\left[a^2\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\, r^9\sqrt{a^2+r^2}\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}
\end{aligned}$$

$$+\frac{\left(\frac{1}{80}\right)a^2\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}144a^2r^7\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$-\frac{\left(\frac{1}{80}\right)a^2\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}168a^4r^5\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$+\frac{\left(\frac{1}{80}\right)a^2\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}210a^6r^3\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$-\frac{\left(\frac{1}{80}\right)a^2\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}315a^8r\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$+\frac{\left(\frac{1}{24}\right)\left[a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\,105\,a^8\ln\left(r+\sqrt{a^2+r^2}\right)\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$+\frac{\left(\frac{1}{24}\right)\left[a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}\,48\,r^7\sqrt{a^2+r^2}\right]}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$-\frac{\left(\frac{1}{24}\right)a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}56a^2r^5\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$-\frac{\left(\frac{1}{24}\right)a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}56a^2r^5\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}$$
$$+\frac{\left(\frac{1}{24}\right)a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}70a^4r^3\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}}-\frac{\left(\frac{1}{24}\right)a^4\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}105a^6r\sqrt{a^2+r^2}}{\sqrt{\frac{a^2}{r^2}}\sqrt{a^2+r^2}} \tag{35}$$

4 Diskusi

Tensor$-\lambda$ metrik Kerr sangat sulit diselesaikan jika menghitung tanpa menggunakan formulasi Pirani-Petrov[1] mengingat metrik Kerr memiliki komponen selain diagonal utama. Pada hasil akhir dapat dilihat bahwa ketiga tensor$-\lambda$ berbeda. Implikasi hasil ini adalah keunikan metrik Kerr dalam ruang Klein.

Berdasarkan metode deduksi dengan melihat hasil sebelumnya[1][12][13][30], metrik dengan dua tensor$-\lambda$ sama dan satu tensor$-\lambda$ berbeda dimiliki oleh metrik simetri bola atau metrik yang memiliki kemungkinan modifikasi dengan tambahan suku potensial semesta latar, potensial quintessence dan suku muatan.

Metrik Kerr dalam ruang Klein tidak konsisten dengan penambahan suku muatan, penambahan potensial semesta latar. Sehingga, dari analisis tensor$-\lambda$, bisa diketahui konsisten tidaknya metrik dengan penambahan potensial semesta latar dan penambahan suku muatan serta modifikasi metrik yang mungkin. Hasil ini mungkin saja berkaitan dengan teori Kaluza-Klein yang menyatakan bahwa beberapa hukum fisis di alam jika ditinjau dalam dimensi tinggi tidak lagi bisa ditinjau sebagai hukum fisis yang sama dan mungkin saja muncul sebagai riak dari salah satu gaya di dimensi tinggi.

Sedangkan rapat entropi yang didapatkan dari formulasi Nan-Li sangatlah kompleks untuk kasus di mana sudut juga berperan. Formulasi yang didapatkan lebih seperti sebuah penskalaan entropi dalam ruang dimensi tinggi[31]. Formulasi ini hanya benar dalam ruang lebih dari empat. Serta proposal Penrose ini (yang merupakan inti dari penelitian Nan-Li) belum memiliki landasan yang terlalu kokoh[31]. Namun secara umum dari formulasi Nan-Li, rapat entropi yang didapatkan hanya bergantung secara eksplisit pada jari-jari dan kecepatan angular per satuan massa.

5 Kesimpulan

Adapun yang menjadi kesimpulan dalam penelitian ini yaitu:

1. Telah ditemukan ketiga tensor$-\lambda$ dalam ruang Klein dimensi tinggi. Bentuk implisitnya dapat pada persamaan (28-30).

2. Telah dirumuskan rapat entropi berdasarkan jalinan Weyl Scalar Invariant yang ditentukan berdasarkan persamaan (34) untuk kasus di mana konstanta integrasi, kecepatan angular per satuan massa sama dengan nol dan peran sudut tidak disertakan. Sedangkan persamaan (35) menentukan rapat entropi untuk kasus dimana peran sudut disertakan serta kecepatan angular persatuan massa tidak sama dengan nol.

6. Ucapan Terimakasih

Penulis mengucapkan terimakasih atas dukung dari Prof. Dr. Dahlang Tahir, M.Si yang telah membantu dalam pengembangan riset ini. Penulis juga tak lupa pula berterimakasih kepada Dr. Tasrief Surungan, M.Sc atas kesediaannya berdiskusi terkait topik-topik lanjut Teori Relativitas Umum.

Tak lupa penulis berterimakasih kepada Malakolkalami, W. Brogiel, Cristian Boehmer, Valerio Faraoni, Andrew J. S. Hamilton atas kesediaannya menjawab beberapa pertanyaan penulis via email. Riset ini juga didukung oleh Jurusan Fisika Universitas Hasanuddin, Komunitas Meja Kotak dan Riemann Physclub Research Group.

Referensi

[1]Ryder,Lewis, 2009, “Introduction to General Relativity”,Cambridge University Press: New York.

[2]Charmeli,Moshe,2002, “Cosmological Special Relativity Second Edition”, World Scientific: Canada.

[3]Kayl Lake, “The Kretschmann scalar for 5D Vacua”,Department of Physics Queen’s University: Canada.

[4]Ghaderi, K. and MalakolkalamiB., “Thermodynamics of the Schwarzschild and the Reisner Nordstrom black holes with quintessence”, *Nuclear physics* B 903 (2016) 10-18.

[5]Cai, Rong-Gen *et. all*,“Petrov type 1 Spacetime and Dual Relativistic Fluids”, arXiv: 1401.7792v2 [hepth-th] 28 August 2014.

[6]Stephani,Hans *et. All*, 2009,“Exact solutions of Einstein’s Field Equations, Cambridge University Press: Cambridge.

[7]Christodoulou,Dematrius, 2009,“The formations of black holes in general relativity, Monographap in mathematics, American Mathematical Society”.European Mathematical Society Publishing House: Germany.

[8]R. M. Misra, “The gravitational field and the type of matter”, Communicated by R. S. Mishra, F. N. I, Received 29 February 1968. Department of physics, University of Gorakhpur, Gorakhpur.

[9]Islam, J. N. , “Introduction to Mathematical Cosmology Second Edition”, Cambridge University Press: Cambridge.

[10]Li Nan, Li Xiao-Long, Song Shu-Peng, “An exploration of black hole entropy via the Weyl tensor”, arXiv: 1510.09027v1 [qr-qc] 30 Oct 2015.

[11]Wei Xu, Jia Wang, Xing-he Meng, “Entropy relations and the application of black holes with the cosmological constant and Gauss-Bonnet term”.

[12]K. P. Singh and M. C. Srivastava, “Petrov Classification of non-static axially symmetric toroidal distribution”, Communicated by R.S. Mishra, F.N.A., Received 19 august 1972, Department of mathematics, Banaras, Hindu University, Varanasi 5.

[13]Wlodzimierz Borgiel, “the gravitational field of the Schwarzschild spacetime”, Differental Geometry and its Applicatons 29 (2011) S207-S210.

[14]Renreng, Abdullah , 2010, “Asas-asas fisika matematis dan teoretis”, LPMTK: Gowa.

[15]BJ , Bansawang, 2014 , “Bukuajar teori relativitas umum”, Jurusan Fisika FMIPA Unhas.

[16]Renreng, Abdullah, 2014"An introduction to field theory of fundamental interactions and the ultimate structure of matter",LPMTK: Gowa.

[17]Islam,J. N. ,2004, "Rotating field in general relativity", Cambridge University Press: Cambridge.

[18]Wald, Robert M., 1984, "General Relativity", The University of Chicago Press: Chicago.

[19]Purwanto, Agus , 2009, "Pengantar Kosmologi", ITS Press: Surabaya.

[20]Modak , Sujoy Kumar, "Corrected entropyof BTZ black hole in tunneling approach", Physics letter B 671 (2009) 167-173.

[21]Nakahara, M., Geometry, 2003, "Topology and Physics Second Edition", IOP Publishing.

[22]Arfken, George B. and Weber, Hans J., 2005, "Mathematica Methods For Physicists Sixth Edition", Elsevier Academic Press.

[23]Woskpakrik, Hans J. , 1987, "Berkenalan dengan teori kerelatifan umum Einstein dan biografi Abert Einstein", ITB Press Bandung: Bandung.

[24]Matt Visher *et all*, 2009, "Rotating black hole", Cambridge University Press: Cambridge.

[25]Kim Gricst. "Lectures note", DepartmenT of Physics, University of California, San diego, CA 92093.

[26]John Stewart, "Advanced General Relativity",(Cambridge: Cambridge University Press).

[27]Satrio Ramadhan, Handhika, 2005, Pendekatan Geometri Differensial dalam Teori Relativitas Umum dan Solusi 2 Soliton Persamaan Medan Einstein Axisimetrik"(skripsi Fisika UI).

[28]Wahyudin, 1992, "Dasar-dasar topologi", Penerbit tarsito: Bandung.

[29]Silaban, Pantur, 1997, "Teori Group dalam Fisika", Penerbit Angkasa: Bandung.

[30]Musavvir Ali and Zafar Ahsan , "Gravitational field of Schwarzschild soliton", Arab J Mat Sci 21(1) (2015), 15–21

[31] Personal communication via email with Prof. Andrew J. S Hamilton from University of Colorado, Boulder, U.S., and Dr. Valerio Faraoni from Bishop's University, Sherbrook, Canada.

[32]Ramchandra, B. S, 2003, "Black holes in cosmological background (Thesis)", University of Calicut, India.

[33]Chandrasekar, S., 1983, "The Mathematical theory of black holes (International series of monographs on Physics), (Clarendon Press, Oxford University Press: New York).

[33]Chandrasekar, S., 1983, "The Mathematical theory of black holes (International series of monographs on Physics), (Clarendon Press, Oxford University Press: New York).